Deň otvorených dverí

Ako Google určuje dôležitosť webstránok?

Lukáš Laffers

KM FPV UMB
www.lukaslaffers.com

Google
Slovensko

Google Search I'm Feeling Lucky

Google.sk offered in: slovenčina

www.google.com

NasdaqGS - Nasdaq Real Time Price • USD

Alphabet Inc. (GOOG)

☆ Follow ✦ Analyze with AI

Is GOOG the next big buy?

279.70 -5.64 (-1.98%) **285.62** +5.92 +(2.12%)

At close: November 7 at 4:00:01 PM EST Pre-Market: 6:56:59 AM EST

Akcia GOOG na `finance.yahoo.com`

Larry Page a Sergey Brin

Larry Page a Sergey Brin

- PhD študenti na Stanfordskej Univerzite
- 1999 - algoritmus PageRank
- patent $\rightarrow$ \$1,8 mil. $\rightarrow$ \$336 mil.

Príklad

Google

Banska Bystrica

Web Maps Images News Videos More Search tools

About 951,000 results (0.82 seconds)

Banská Bystrica - Wikipedia, the free encyclopedia
https://en.wikipedia.org/wiki/**Banská_Bystrica** Wikipedia
The earliest history of **Banská Bystrica** was connected with the exploitation of its abundant deposits of copper (and to a lesser extent of silver, gold, and iron).
History - Etymology - Geography - Demographics

Images for banska bystrica Report images

More images for banska bystrica

Banská Bystrica
www.**banskabystrica**.sk/ Translate this page Banská Bystrica
Oficiálne stránky mesta **Banská Bystrica**, informácie z činnosti samosprávy mesta , vzdelanie, kultúra a šport.

Banská Bystrica EN
eng.**banskabystrica**.sk/ Translate this page Banská Bystrica
The city of **Banská Bystrica** is located in central Slovakia. **Banská Bystrica** is the most important historical, cultural and economic centre of the central Slovakia.

Problém

Chceme usporiadať stránky podľa dôležitosti.

Ako ?

Čo majú dôležité stránky spoločné?

- Existujú stránky, ktoré na ne odkazujú.
- Existuje **veľa** stránok, ktoré na ne odkazujú.
- Existuje veľa **dôležitých** stránok, ktoré na ne odkazujú.

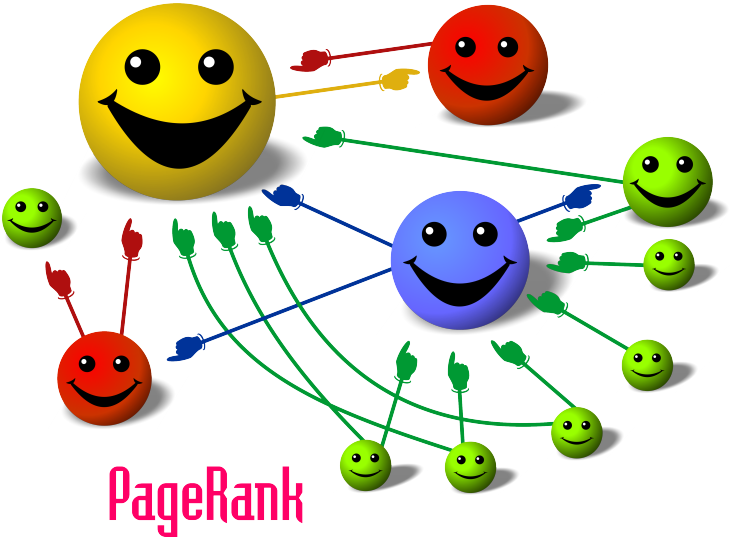
Príklady dôležitých stránok:

- `www.wikipedia.org`
- `www.google.com`
- `www.twitter.com`
- `www.facebook.com`
- `www.nasa.gov`
- `www.microsoft.com`

Príklady menej dôležitých stránok:

- `www.akozasaditcibulu.sk`
- `www.akozasaditcesnak.sk`
- `www.varimecibulu.sk`
- `www.varimecviklu.sk`
- `www.akoneprevaritcviklu.sk`
- `www.lukaslaffers.com`

Web ako sieť stránok



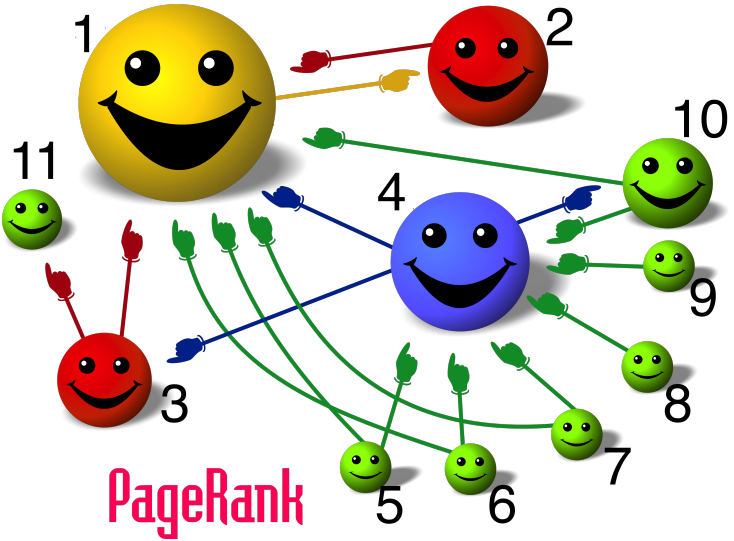
wikimedia commons

Problém náhodného surfujúceho

Náhodný surfujúci prišiel na nejakú webstránku, čo urobí?

- S pravdepodobnosťou 85% šťukne na náhodný odkaz
- S pravdepodobnosťou 15% zatvorí browser a ide na úplne inú, náhodnú stránku

Náhodný surfujúci si nič nepamätá, len šťuká a šťuká...


1
2
10
11
4
9
3
8
7
5
6
PageRank

Pravdepodobnosti prechodu medzi stránkami

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.33 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Zavriem browser a šťuknem na náhodnú stránku

$$N = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Náhodne šťukajúci surfer

$$0.85M + 0.15N$$

Náhodne šťukajúci surfer

$$P = \begin{pmatrix} 0.015 & 0.440 & 0.015 & 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.865 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.865 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.298 & 0.015 & 0.298 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.298 \\ 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.865 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.865 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \\ 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.440 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 & 0.015 \end{pmatrix}$$

0.85 *

0.15 *

Koľko percent času strávi náhodne šťukajúci surfer na nejakej webstránke?

Čím viacej, tým je stránka dôležitejšia!

Náhodne šťuká, na ktorej stránke bol najviackrát?

alebo

Veľa surfujúcich. Na ktorej stránke ich je najviac?

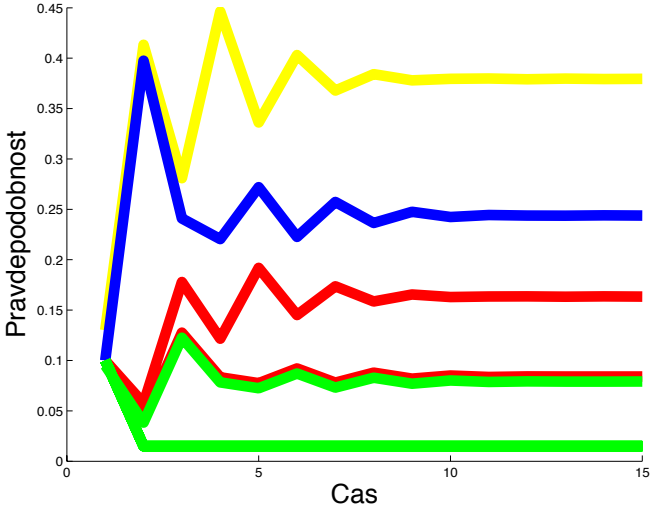
Veľa surfujúcich

Na ktorej stránke začnú?

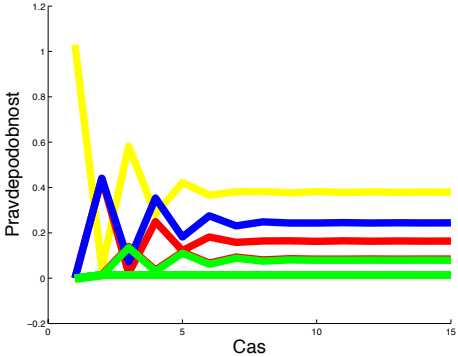
Napr.:

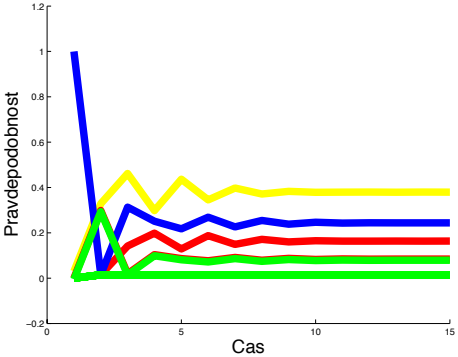
- Na každej stránke rovnako veľa.
- Všetci začnú na tej istej stránke.

Rozdelím ich spravodlivo

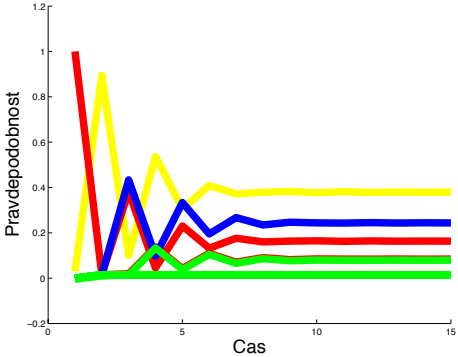


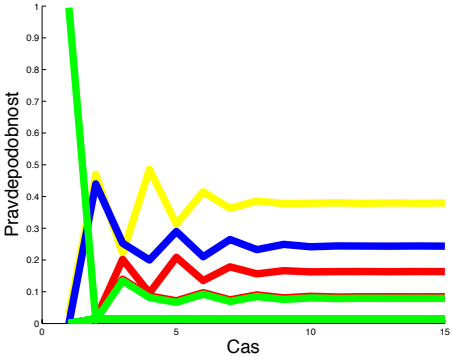
Rozdelím ich nespravodlivo (1)

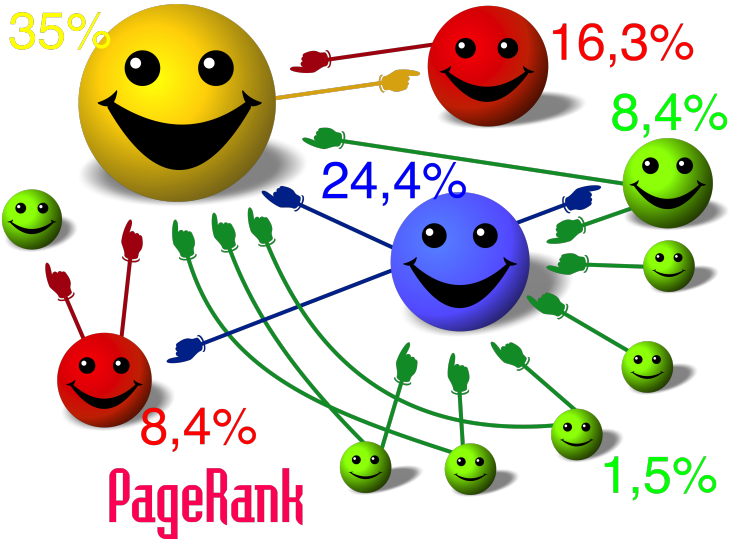




Rozdelím ich nespravodlivo (2)






35%
16,3%
8,4%
24,4%
8,4%
1,5%
PageRank

Nech ich rozdelíme akokoľvek, za nejaký čas to bude vyzerať vždy rovnako.

Toto rozdelenie sa nazýva **stacionárne**.

New Open Save Find Files Compare Print EDIT NAVIGATE Breakpoints Run Run and Advance Run Section Advance Run and Time

FILE BREAKPOINTS RUN

pagerank.m

```
% PageRank example

% zostrojime maticu susednosti
clear all

Susednosti = zeros(10,10);
Susednosti(1,2) = 1;
Susednosti(1,4) = 1;
Susednosti(2,1) = 1;
Susednosti(3,1) = 1;
Susednosti(4,[1 3 10]) = [1 1 1];
Susednosti(5,[1 4]) = [1 1];
Susednosti(6,[1 4]) = [1 1];
Susednosti(7,[1 4]) = [1 1];
Susednosti(8,4) = 1;
Susednosti(9,4) = 1;
Susednosti(10,[1 4]) = [1 1];

n = 10;

MaticaPrechodu =...
    Susednosti.*...
    (1./sum(Susednosti')'*...
    ones(1,n));

MaticaZmeny = (1/n)*ones(n,1)*ones(1,n);

pravdZmeny = 0.15;

M = MaticaZmeny*pravdZmeny + MaticaPrechodu*(1-pravdZmeny);

MM = M^100;

stacionarnaDistribucia = MM(1,:);
```

Nie je to až tak jednoduché

Naš príklad: 10 webstránok

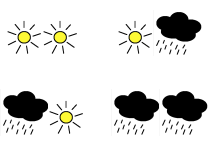
Google: 130 000 000 000 webstránok (Nov 2016).

- To ako Google usporiadava stránky je v skutočnosti extrémne tajná a cenná informácia
- Ich algoritmus používa niekoľko stoviek typov informácií na to, aby odporučil tú najlepšiu stránku
- Každý rok implementujú okolo 500 zmien a urobia viac ako 20000 experimentov
- TrustRank - dôveryhodnejšie stránky sú dôležitejšie
- Google je dobrý v odhaľovaní toho, kto sa snaží okabátiť PageRank
- Je oveľa ťažšie zvýšiť $PR7 \rightarrow PR8$ ako $PR1 \rightarrow PR2$

Stacionárne rozdelenie je v prípade Google riešenie veľa rovníc o veľa neznámych.

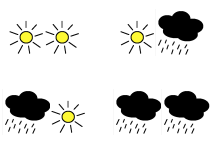
Znalosťami z algebry však vieme, že hľadáme tzv. **vlastný vektor** a na to poznáme sofistikované spôsoby ako to vyrátať aj pre obrovské množstvo webstránok.

$$\pi = \pi P$$

$P =$  $= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$

Dnes je

Aké počasie bude o polroka?

$\pi = \pi$ 

$$\pi = [0.714, 0.285]$$

$Pr($ $) = 71.4\%$

$Pr($ $) = 28.5\%$

$$P = \begin{bmatrix} \text{☀☀} & \text{☀☁} \\ \text{☁☀} & \text{☁☁} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Dnes je ☀

Aké počasie bude o polroka?

$$Pr\left(\text{☀}\right) = 99.999999....\%$$

$$Pr\left(\text{☁}\right) = 0.0000....1\%$$

Náhodný proces surfujúceho sa volá **Markovov reťazec** s prechodovými pravdepodobnosťami danými tabuľkou P.

- Modelovanie rizikovosti finančných produktov
- Správanie sa dynamiky plynov
- Modelovanie aktivity enzýmov
- Rozoznávanie reči
- Optimalizácia telekomunikačných sietí
- Makroekonomické modelovanie
- Genetika
- Počasie
- Predikovanie víťazstva v bejzbale

Zhrnutie

- Larry Page a Sergey Brin sa v roku 1996 zaoberali otázkou ako zoradiť webstránky podľa dôležitosti
- Nápad náhodného surfujúceho im umožnil jednoduchú matematickú formuláciu problému
- Na riešenie tohoto problému potom vedeli použiť efektívne algoritmy
- ich myšlienka zmenila spôsob akým dnes vyhľadávame informácie

Otázky?

- `lukas.laffers@umb.sk`
- Zoom/Teams
- osobne [FPV UMB], F226A

Táto prezentácia bude na [`https://www.lukaslaffers.com/misc`].

štúdijný program: **Matematika (Bc)**
štúdijný program: **Matematika v analýze dát a vo financiách (Mgr)**

Prečo matematika?

- → uplatnenie
- analytické myslenie
- precíznosť
- jazykom prír. vied
- zábava

Prečo na UMB?

- →moderný program
- práca so softvérom
- špičková veda
- rodinné prostredie
- Banská Bystrica

Uplatnenie

- data science
- škola/veda
- fin. matematika
- štatistika
- programovanie

Čo sa naučíte?

- rozmanité oblasti matematiky
- pracovať analyticky
- dátovú analýzu
- základy programovania

Katedra matematiky

- v akreditácii hodnotenie A
- špičkový vedecký tím
- spolupráca so zahr. inštitúciami (Oxford, Londýn, Sydney)

Naši absolventi

- Národná Banka Slovenska
- analytické útvary (ČSOB, VÚB)
- poisťovne
- softvérové firmy
- technologické firmy (Dell, IBM)
- vládne think-tanky (Inštitút sociálnej politiky)

Ďakujem za pozornosť

- `www.umbmath.sk`
- `lukas.laffers@umb.sk`
- umbmath

Ďakujem za pozornosť!
KM
KATEDRA MATEMATIKY
UNIVERZITA MATEJA BELA
UMBmath
umbmath